

7. Klasse

Algebra

1. Termen mit Variablen

Ein Term ist ein Rechenausdruck, der aus Zahlen, Variablen und Rechenzeichen bestehen kann.

Variablen sind Platzhalter für Zahlen oder für Größen. Eine Variable steht immer nur für eine Zahl oder Größe.

Z. B. $T(a) = 5 + 2 \cdot a$ Der Term heißt T und hängt von der Variable a ab.

Es können Werte für a eingesetzt werden und der Termwert kann dann berechnet werden.

Z. B. $T(3) = 5 + 2 \cdot 3 = 5 + 6 = 11$

2. Termumformungen

Äquivalente Terme: Zwei Terme T(x) und P(x) sind äquivalent (gleichwertig), wenn für jedes x aus einer gemeinsamen Definitionsmenge $T(x) = P(x)$ gilt.

Willst du überprüfen, ob zwei Terme äquivalent sind, müsstest du jedes einzelne Element aus der Definitionsmenge in die Terme einsetzen und so prüfen, ob die Werte gleich sind. Oder und das ist der bessere Weg, du versuchst die Terme in äquivalente Terme mit Hilfe von Rechengesetzen umzuformen.

2.1 Kommutativgesetz (KG) der Addition und Multiplikation

Für alle rationalen Zahlen a und b gilt:

$$a + b = b + a$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

2.2 Assoziativgesetz (AG) der Addition und Multiplikation

Für alle rationalen Zahlen a, b und c gilt:

$$a + (b + c) = a + b + c = (a + b) + c$$

$$a \cdot (b \cdot c) = a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c$$

2.3 Distributivgesetz (DG)

Für alle rationalen Zahlen a, b und c gilt:

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

$$(a + b) : c = a : c + b : c \quad ; \quad (c \neq 0)$$

Ausklammern und Ausmultiplizieren ist eine Anwendung des Distributivgesetzes:

Ausklammern: $6x + 3y + 3 = 3 \cdot (2x + y + 1)$

Ausmultiplizieren: $(x-3) \cdot (y-2) = x \cdot y + x \cdot (-2) + (-3) \cdot y + (-3) \cdot (-2)$
 $= xy - 2x - 3y + 6$

„Jeder mit Jedem!“

7. Klasse

2.4 Umformungen in Produkten

Gleiche Faktoren können zu Potenzen zusammengefasst werden:

in Produkten: $a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b = a^3 \cdot b^2$ (bei Summen: $a+a+a+b+b=3a+2b$)

2.5 Binomische Formeln

$$(1) \quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(2) \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(3) \quad a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

3. Lineare Gleichungen

Eine Gleichung besteht aus zwei Termen, die durch ein Gleichheitszeichen miteinander verbunden sind. z. B. $2x-7=3$ oder $8+5x=6x+1$. Es handelt sich hierbei um lineare Gleichungen, da die Variable x nur in der ersten Potenz vorkommt. Eine lineare Gleichung hat:

a) keine z. B. $x+1=x+7$

b) eine z. B. $2x-7=3$

c) unendlich viel Lösungen z. B. $2x+1=2x+1$

Lösungsverfahren für lineare Gleichungen

am Beispiel: $2-4x+3=2x-7+x+2$

$$1. \text{ „aufräumen“ der Seiten: } \begin{array}{rcl} 2-4x+3 & = & 2x-7+x+2 \\ 5-4x & = & 3x-5 \end{array}$$

2. nach der Variablen auflösen, so dass sie alleine auf einer Seite steht und der Rest auf der anderen Seite:

$$\begin{array}{rcl} 5-4x & = & 3x-5 \quad / +4x \\ 5 & = & 7x-5 \quad / +5 \\ 10 & = & 7x \end{array}$$

$$3. \text{ Division durch den Faktor des x-Terms. } \begin{array}{rcl} 10 & = & 7x \quad / :7 \\ \frac{10}{7} & = & x \end{array}$$

Führe abschließend die Probe durch Einsetzen durch.

7. Klasse

Geometrie

1. Symmetrie

1.1 Achsensymmetrie

Figuren, die durch Spiegelung an einer Achse in sich übergehen, nennt man achsensymmetrisch bezüglich der Achse a.

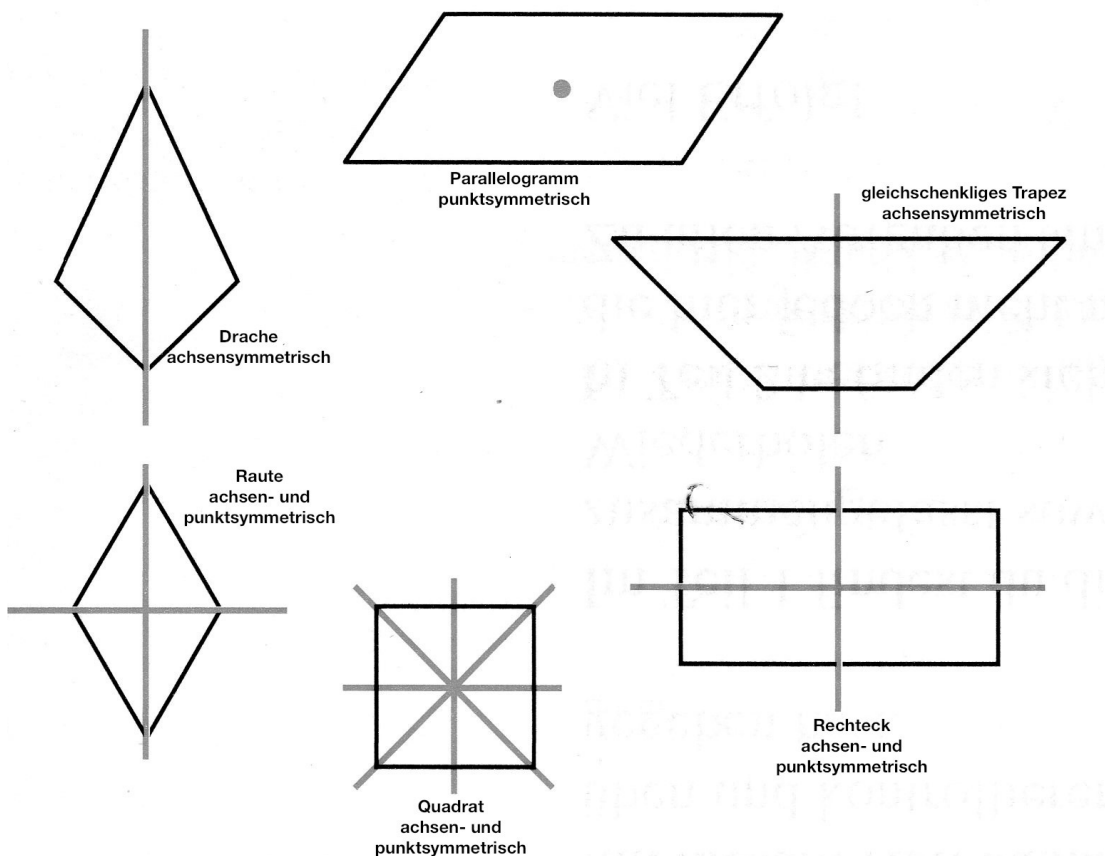
Achsensymmetrische Konstruktionen:

- a) Mittelsenkrechte
- b) Lot (fällen oder errichten)
- c) Winkelhalbierende

1.2 Punktsymmetrie

Figuren, die bei einer Halbdrehung um ihr Zentrum Z in sich übergehen, nennt man punktsymmetrisch bezüglich des Punktes Z.

1.3 symmetrische Vierecke

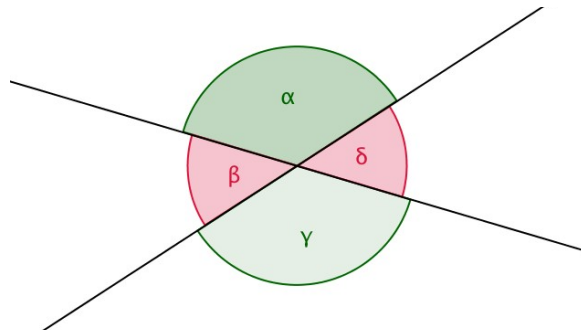


7. Klasse

2. Winkel

2.1 Scheitelwinkel und Nebenwinkel

Es gibt verschieden Winkel an Geradenkreuzungen.



Scheitelwinkel (hier: $\alpha = \gamma$ und $\beta = \delta$) liegen sich gegenüber.

Nebenwinkel (hier: $\alpha + \beta = 180^\circ$ oder $\beta + \gamma = 180^\circ$ oder $\gamma + \delta = 180^\circ$ oder $\delta + \alpha = 180^\circ$) liegen nebeneinander und ergänzen sich zu 180° .

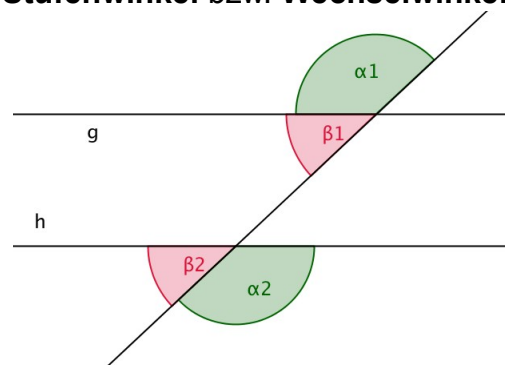
2.2 Stufenwinkel und Wechselwinkel

Werden zwei Geraden g und h von einer anderen Geraden geschnitten und sind die beiden Geraden g und h parallel sind die **Stufenwinkel** bzw. **Wechselwinkel** gleich groß. Z. B.

$\alpha_1 = \alpha_2$ **Wechselwinkel**

$\beta_1 = \beta_2$ **Stufenwinkel**

Diese sind nur gleich groß, da g und h parallel sind!!!



3. Dreieck/Viereck/n-Eck

3.1 Winkelsumme

In jedem Dreieck beträgt die Summe der Größen der drei Innenwinkel 180° , im Viereck sind es 360° . Die Winkelsumme eines n -Ecks lässt sich mit der Formel $(n-2) \cdot 180^\circ$ berechnen.

3.2 Bezeichnungen für Dreiecke

- Spitzwinkliges Dreieck: Alle Winkel sind spitze Winkel, d. h. kleiner als 90° .
- Rechtwinkliges Dreieck: Ein Winkel ist ein rechter Winkel.
- Stumpfwinkliges Dreieck: Ein Winkel ist ein stumpfer Winkel.

7. Klasse

3.3 Besondere Dreiecke

- gleichschenkliges Dreieck: Zwei Seiten (Schenkel) sind gleich lang, die dritte Seite heißt Basis und die Winkel, die daran anliegen (Basiswinkel) sind gleich groß. Das Dreieck ist achsensymmetrisch.
- gleichseitiges Dreieck: Alle drei Seiten sind gleich lang, damit sind auch alle Winkel 60° groß. Das Dreieck ist achsensymmetrisch.
- rechtwinkliges Dreieck: Die Seite, die dem rechten Winkel gegenüber liegt heißt Hypotenuse, die beiden anderen Seiten, die am rechten Winkel anliegen heißen Katheten.

3.4 Kongruente Dreiecke

Kongruent bedeutet, dass zwei Figuren deckungsgleich sind. D. h. sie stimmen in allen Winkeln und Seitenlängen überein.

Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie:

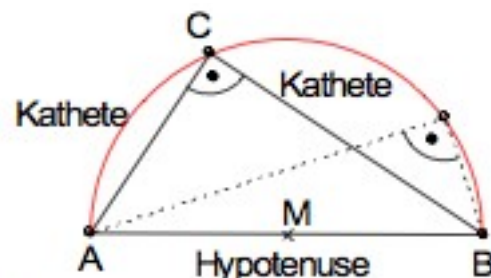
- in allen drei Seiten (SSS)
- in einer Seite und zwei gleichliegenden Winkeln (WSW bzw. SWW)
- in zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel (SWS)
- in zwei Seiten und dem Gegenwinkel der größeren Seite (SsW) übereinstimmen.

3.5 Besondere Linien im Dreieck

- a) Alle Mittelsenkrechten eines Dreiecks schneiden sich im Umkreismittelpunkt U.
- b) Alle Winkelhalbierenden eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt I.
- c) Alle Höhen eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt H.

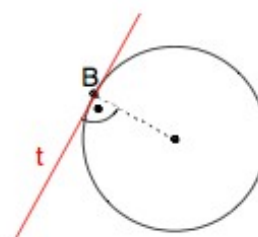
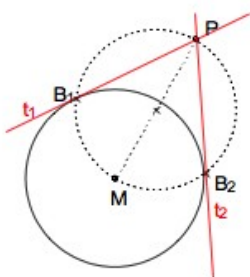
3.6 Satz des Thales

Ein Dreieck hat genau dann bei C einen rechten Winkel, wenn die Ecke C auf dem Halbkreis über [AB] (Thaleskreis) liegt.



Damit lassen sich auch gut Tangenten an den Kreis konstruieren:

- a) P liegt außerhalb des Kreises
- b) B liegt auf der Kreislinie



7. Klasse

Daten, Diagramme und Prozentrechnung

1. Diagramme

Mit einem Diagramm können Daten gut veranschaulicht werden, dafür gibt es unterschiedliche Arten:

- a) Kreisdiagramm (Veranschaulichung der Anteile am Ganzen)
- b) Säulen- oder Balkendiagramm (Werte verschiedener Säulen/Balken miteinander vergleichen)
- c) Punkt- oder Liniendiagramm (Entwicklungen darstellen)

2. Arithmetischer Mittelwert

Den arithmetische Mittelwert einer Menge von Zahlen (Größen) lässt sich berechnen, indem du die Summe der Zahlen (Größen) bildest und durch ihre Anzahl dividierst.

z. B. In einer Stegreifaufgabe gab es folgende Notenverteilung:

Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl	3	7	9	6	2	1

Das arithmetische Mittel (Durchschnitt) lässt sich so berechnen:

$$(3 \cdot 1 + 7 \cdot 2 + 9 \cdot 3 + 6 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 1 \cdot 6) : 28 = 84 : 28 = 3,0$$

3. Grundgleichung der Prozentrechnung

$$\text{Prozentsatz} \cdot \text{Grundwert} = \text{Prozentwert}$$

z. B. Eine Jacke kostet 70€ und wird um 20% reduziert. $0,8 \cdot 70 \text{€} = 56 \text{€}$ Jetzt kostet die Jacke nur noch 56€

Quellen:

Grundwissen Mathematik Lambacher Schweizer 7/8, Klett Verlag

Grundwissen Leibniz Gymnasium Altdorf <http://www.leibniz-gymnasium-altdorf.de/660.0.html>

Grundwissen Röhn Gymnasium Bad Neustadt <http://www.rhoen-gymnasium.de/mathe/grundm7.pdf>